Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România — **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**

Filiala Galaţi — **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XIII-a
Galaţi, 24 noiembrie 2012

Clasa a XII-a

BAREM DE CORECTARE NOTARE

Problema 1

a) Logaritmarea inegalităţii $\left(1+\frac{1}{k}\right)^k < e,\ k \in \mathbb{N}^*$ 1p

Obţinerea $\ln(n+1) < 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}$ 1p

Finalizare.....1p

b) Metoda I

Considerăm şirul $b_n = \frac{1}{n-2},\ n \geq 3$.

Obţinerea $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{n-2}{n-1} \leq 1-\frac{1}{n}-\frac{1}{n^2},\ \forall n \geq 1$.....1p

Obţinerea $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq \frac{b_{n+1}}{b_n},\ \forall n \geq 3$ şi $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)_{n\geq 3}$ şir crescător.....1p

$\sum_{k=3}^{n} a_k \geq \frac{a_3}{b_3}\sum_{k=3}^{n} b_k$, şirul $x_n = a_1 + a_2 + ... + a_n$ este divergent.....2p

Metoda 2

Obţinerea $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq \frac{n-2}{n-1},\ \forall n \geq 3$ 2p

Demonstrarea $a_n \geq \frac{1}{n-2}\cdot a_3, \forall\, n \geq 3$.....1p

Finalizare.....1p

Problema 2

a) Demonstrarea existenţei $p, q \in \mathbb{N}^*$, p < q astfel încât

$\left(x_1^p; x_2^p; ...; x_i^p\right) = \left(x_1^q; x_2^q; ...; x_i^q\right)$ 2p

Finalizare.....1p

b) Obţinerea $x^q = x^{(k+1)q-kp},\ \forall k \in \mathbb{N}^*$ şi alegerea $k > \left[\frac{q}{q-p}\right]+1$, astfel încât

$(k+1)q - kp > 2q$ 2p

Notaţia $r = (k+1)q - kp$ şi obţinerea $x^{r-q} = x^{2(r-q)}$ pentru $\forall\, x \in A$

Alegerea $a = r - q$ şi obținerea $A(a) = A(an)$ 2p

Problema 3

a) Obținerea $\left(F \cdot g\right)' = f \cdot g + F \cdot g'$ 1p

Finalizare.....1p

b) Studiul proprietăților funcției g.....2p

Determinarea primitivei funcției f pe $(-\infty, \lambda]$.....2p

Finalizare.....1p